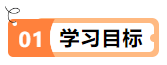
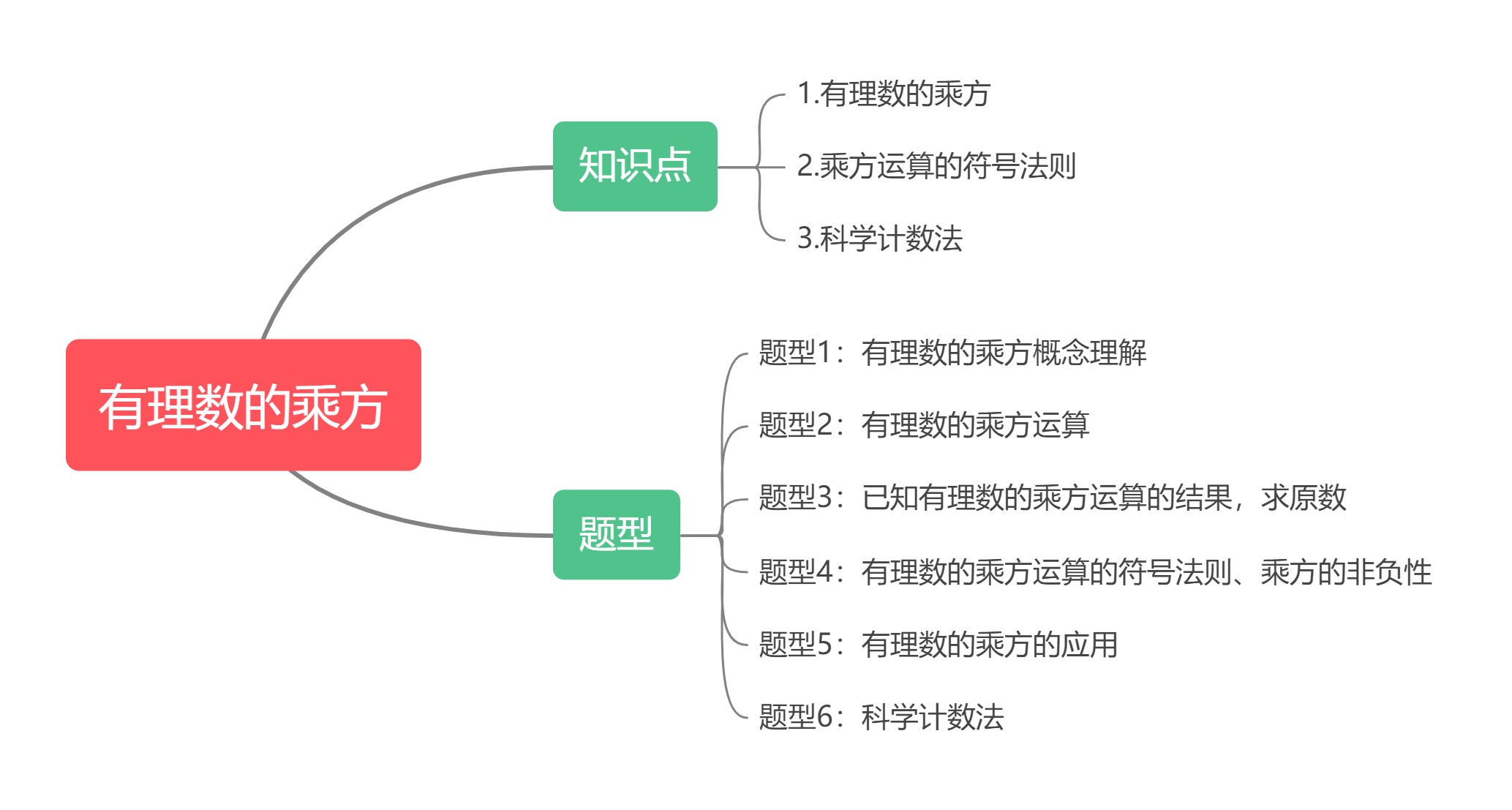
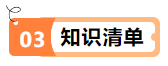
**第06讲 有理数的乘方（六大题型）**

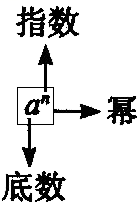


|  |
| --- |
| **学习目标** |
| 1、理解有理数乘方的定义；  2、掌握有理数乘方运算的符号法则，并能熟练进行乘方运算；  3、掌握科学计数法。 |







**一、****有理数的乘方**

定义：求n个相同有理数的积的运算，叫做乘方，乘方的结果叫做幂(power)．

即有：.在中，叫做底数， n叫做指数.

**要点：**

（1）乘方与幂不同，乘方是几个相同有理数的乘法运算，幂是乘方运算的结果．

（2）底数一定是相同的有理数，当底数不是单纯的一个数时，要用括号括起来．

（3）一个数可以看作这个数本身的一次方．例如，5就是51，指数1通常省略不写．

**二、乘方运算的符号法则**

（1）正数的任何次方都是正数；（2）负数的奇次方是负数，负数的偶次方是正数；（3）0的任何正整数次方都是0；（4）任何一个数的偶次方都是非负数，即 ．

**要点：**

(1)有理数的乘方运算与有理数的加减乘除运算一样，首先应确定幂的符号，然后再计算幂的绝对值．

(2)任何数的偶次方都是非负数．

**三、科学记数法**

把一个大于10的数表示成的形式（其中是整数数位只有一位的数，l≤||＜10，**是正整数），这种记数法叫做科学记数法，如＝.

**要点：**

**（1）**负数也可以用科学记数法表示，“”照写，其它与正数一样，如=；

**（2）**把一个数写成形式时，若这个数是大于10的数，则n比这个数的整数位数少1.

**【即学即练1】**表示（        ）

A．6个相乘的积 B．乘以6的积 C．个6相乘的积 D．6与相乘的积

**【即学即练2】**计算： ， ， ．

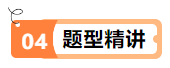
**【即学即练3】**2024年3月份，低空经济首次被写入《政府工作投告》．截止2023年底，全国注册通航企业690家、无人机万架，运营无人机的企业达万家．将万用科学记数法表示为（    ）

A． B． C． D．

**【即学即练5】**若，则的值是（   ）

A． B． C． D．

**【即学即练5】**计算：



**题型1：有理数乘方的概念理解**

**【典例1】**．对于（﹣2）3，指数是 ，底数是 ，（﹣2）3＝ ；对于﹣42，指数是 ，底数是 ，幂是 ．

**【典例2】**．用乘方的形式表示下列各式，并计算出结果．

 =

 = ；

 =

**【典例3】**．对于（﹣4）3和﹣43，下列说法正确的是（　　）

A．底数相同，指数相同

B．底数不同，指数不同

C．底数相同，运算结果不同

D．底数不同，运算结果相同

**【典例4】**．关于式子，正确的说法是（    ）

A．是底数，2是幂 B．4是底数，2是幂 C．4是底数，2是指数 D．是底数，2是指数

**【典例5】**．计算（    ）

A． B． C． D．

**题型2：有理数的乘方运算**

**【典例6】**．计算：

（1）；    （2）；    （3）

（4）；    （5）；    （6）．

**【典例7】**．下列各组的两个数中，运算后的结果相等的是（　　）

A．和 B．和

C．和 D．和

**【典例8】**．计算：

（1）；          （2）；         （3）；

（4）；        （5）；          （6）

**【典例9】**．口答：

(1)13

(2)

(3)

(4)

(5)

(6)

**题型3：已知有理数的乘方运算的结果，求原数**

**【典例10】**．某数的平方是4，则这个数的立方是（    ）

A．8 B．-8 C． D．

**【典例11】**．如果一个数的平方等于，那么这个数是 ，如果一个数的立方等于，那么这个数是 ．

**【典例12】**．平方等于16的数是 ，立方等于﹣27的数是 ．

**【典例13】**．若，则得值是 ；若，则得值是 ．

**【典例14】**．若，则下列等式成立的是（    ）

A． B． C． D．

**题型4：乘方运算的符号法则、乘方的非负性**

**【典例15】**．若│*m*－2│＋(*n*＋1)2＝0，则*nm*的值为 ．

**【典例16】**．计算的结果是（    ）

A． B．2 C．0 D．

**【典例17】**．若是正整数，则

**【典例18】**．已知*n*表示正整数，则的值是（    ）

A．0 B．1 C．1或0 D．以上答案都不对

**【典例19】**．已知|*m*＋3|与(*n*－2)2互为相反数，那么*mn*等于 ．

**【典例20】**．计算中常用到以下法则，负数的奇次幂是 ，负数的偶次幂是 ，0的任何正整数次幂都是 ．

**【典例21】**．观察下列三组数的运算：，；，；，．联系这些具体数的乘方，可以发现规律．下列用字母表示的式子：①当时，；②当时，．其中表示的规律正确的是（    ）

A．① B．② C．①、②都正确 D．①、②都不正确

**题型5：乘方的应用**

**【典例22】**．假期里王老师有一个紧急通知，要用电话尽快通知给50个同学，假设每通知一个同学需要1分钟时间，同学接到电话后也可以相互通知，那么要使所有同学都接到通知最快需要的时间为（　　）

A．8分钟 B．7分钟 C．6分钟 D．5分钟

**【典例23】**．某种细菌在培养过程中，每半小时分裂一次(由一个分裂成两个)．经过3h，这种细菌由1个可分裂为（    ）

A．8个 B．16个 C．32个 D．64个

**【典例24】**．1长的木棒，第一次截去它的一半，第二次截去剩下的一半，如此下去，第六次截去之后剩下的木棒是(       )．

A． B． C． D．

**【典例25】**．蟑螂对我们来说是非常熟悉的，它之所以被称为是打不死的小强，是因为它的繁殖速度非常惊人．某种蟑螂繁衍后代的数量为上一代数量的11倍，也就是说，如果它的始祖（第一代）有11只，则下一代就会有121只，以此类推，这种蟑螂第10代的只数是（    ）

A． B． C． D．

**题型6：科学计数法**

**【典例26】**．我国平均每平方千米的土地一年从太阳得到的能量，相当于燃烧  的煤所产生的能量．把  用科学记数法可表示为（　　）

A．1 B．0.1 C．1.3 D．1.3

**【典例27】**．5月11日发布的我国第七次全国人口普查数据显示，全国人口约141000万人，用科学记数法表示为（　　）

A．1.41×105人 B．1.41×108人 C．14.1×108人 D．1.41×109人

**【典例28】**．截至2021年6月10日，31个省（自治区、直辖市）和新疆生产建设兵团累计报告接种新型病毒疫苗89277万剂次，其中89277万剂次用科学记数法表示为（    ）

A．89.277×107剂次 B．8.9277×108剂次

C．0.89277×109剂次 D．8.92777×109剂次

**【典例29】**．某公司一年的销售利润是1.5万亿元．1.5万亿用科学记数法表示（    ）

A． B． C． D．

**【典例30】**．第七次全国人口普查数据显示，江苏省常住人口约为8474.8万人，将84748000用科学记数法（精确到十万位）表示为 （  ）

A． B． C． D．

**【典例31】**．用科学记数法表示2018≈ ．（保留两个有效数字）



**一、单选题**

1．下列各组数中相等的是（    ）

A．与 B．与 C．与 D．与

2．关于式子，正确的说法是（    ）

A．是底数，2是幂 B．4是底数，2是幂 C．4是底数，2是指数 D．是底数，2是指数

3．下列选项最接近厘米的是（    ）

A．一本华师版七上数学书的长度 B．教师门的高度

C．中学生课桌的高度 D．天安门前旗杆的高度

4．国家外汇管理局3月7日公布最新一期外汇储备数据统计截至2月底我国外汇储备规模为32138亿美元．将32138亿用科学记数法表示为（    ）

A． B． C． D．

5．下列各式一定成立的是（    ）

A． B．

C． D．

6．若，，，则*a*、*b*、*c*的大小关系是（   ）

A． B． C． D．

7．计算：正确的结果为（    ）

A．8052 B． C．4 D．

8．若是最大的负整数，是倒数等于它本身的自然数，是绝对值最小的有理数，则（    ）

A．2020 B．2021 C．2021或-2022 D．2020或-2022

9．一根1米长的绳子，第一次剪去一半，第二次剪去剩下的一半，如此下去，第六次后剩下的绳子长度为（    ）

A．米 B．米 C．米 D．米

10．为了求1+2+22+23+…+22008+22009的值，可令S=1+2+22+23+…+22008+22009，则2S=2+22+23+24+…+22008+22009+22010，因此2S﹣S=22010﹣1，所以1+2+22+23+…+22009=22010﹣1．仿照以上推理计算出1+5+52+53+…+52009的值是（  ）

A．52010+1 B．52010﹣1 C． D．

**二、填空题**

11．回答下列问题：

（1）与的区别是什么？

答：的底数是 ，指数是 ，结果是 ；

的底数是 ，指数是 ，结果是 ．

（2）和的区别是什么？

答：的底数是 ，指数是 ，结果是 ；的底数是 ，指数是 ，结果是 ．

12． 的绝对值是2， 的平方是9．

13．计算中常用到以下法则，负数的奇次幂是 ，负数的偶次幂是 ，0的任何正整数次幂都是 ．

14．计算： .

15．将×××写成幂的形式是 ．

16．已知|*x*﹣2*y*|+（*y*﹣2）2＝0，则*xy*＝ ．

17．若|*x*|＝3，*y2*＝4，且*x*＞*y*，则*x*﹣*y*＝ ．

18．观察下列各式：1-=，1-=，1-=，根据上面的等式所反映的规律（1-）（1-）（1-）=

**三、解答题**

19．判断下列各式计算结果的正负：

（1）；

（2）；

（3）；

（4）．

20．计算：

（1）．    （2）．    （3）．

（4）．    （5）．    （6）．

（7）．    （8）．    （9）．

21．下列是用科学记数法表示的数，求原数是多少？

（1）2×10；（2）3.14×10；（3）-5.012×10.

22．已知与互为相反数，求的值．

23．已知，求的值．

24．某沙漠可以粗略看成一个长方体，该沙漠的长度约是4800000m，沙层的深度大约是366cm，已知该沙漠中的体积约为33345km3立方千米．

（1）请将沙漠中沙的体积用科学记数法表示出来（单位：m3）；

（2）该沙漠的宽度是多少米（精确到万位）？

（3）如果一粒沙子体积大约是0.036mm3，那么，该沙漠中有多少粒沙子（用科学记数法表示）？

25．（1）计算下面两组算式：

①与；②与；

（2）根据以上计算结果想开去：等于什么?（直接写出结果）

（3）猜想与验证：当为正整数时， 等于什么? 请你利用乘方的意义说明理由．

（4）利用上述结论，求的值．

26．你能比较20182019与20192018的大小吗？

为了解决这个问题，我们首先写出它的一般形式，即比较*nn＋1*与(*n*＋1)*n*的大小(*n*是正整数)，然后我们从分析*n*＝1，*n*＝2，*n*＝3，…中发现规律，经归纳、猜想得出结论．

(1)通过计算，比较下列各组中两数的大小：(在横线上填写“＞”“＝”或“＜”)

①12\_\_\_\_\_\_\_\_21；②23\_\_\_\_\_\_\_\_32；③34\_\_\_\_\_\_43；④45\_\_\_\_\_\_\_\_54；

⑤56\_\_\_\_\_\_\_\_65.

(2)从第(1)题的结果中，经过归纳，猜想出*nn＋1*与(*n*＋1)*n*的大小关系；

(3)根据以上归纳、猜想得到的一般结论，试比较20182019与20192018的大小．

27．我们知道：加、减法运算是互逆运算，乘、除法运算也是互逆运算，乘方运算也有逆运算；如指数式23＝8可以转化为3＝log28，2＝log525也可以转化为52＝25．一般地，若an＝b（a＞0且a≠1，b＞0），则n叫做以a为底b的对数，记为logab（即logab＝n）．根据以上信息，解决以下问题：

（1）直接填写答案：log24＝　 　，log216＝　 　，log264＝　 　；

（2）观察（1）的值有什么关系，你发现了什么结果？

（3）根据（2）中的结果，请归纳出一般性的结论并证明．

28．【概念学习】

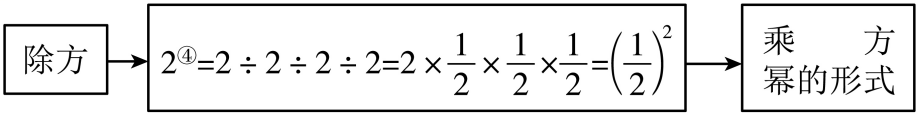
规定：求若干个相同的有理数（均不等于0）的除法运算叫做除方，如2÷2÷2，（﹣3）÷（﹣3）÷（﹣3）÷（﹣3）等．类比有理数的乘方，我们把2÷2÷2记作2③，读作“2的圈3次方”，（﹣3）÷（﹣3）÷（﹣3）÷（﹣3）记作（﹣3）④，读作“﹣3的圈4次方”，一般地，把（*a*≠0）记作*a©*，读作“*a*的圈*c*次方”．

（1）【初步探究】直接写出计算结果：3③＝　 ，（）⑤＝　 ；

（2）关于除方，下列说法错误的是　 ；

*A*．任何非零数的圈2次方都等于1；*B*．对于任何正整数*n*，1ⓝ＝1；*C*.3④＝4③；*D*．负数的圈奇数次方结果是负数，负数的圈偶数次方结果是正数．

（3）【深入思考】我们知道，有理数的减法运算可以转化为加法运算，除法运算可以转化为乘法运算，有理数的除方运算如何转化为乘方运算呢？



Ⅰ．试一试：仿照上面的算式，将下列运算结果直接写成幂的形式．（﹣3）④＝　 ；5⑥＝　 ；⑩＝　 ；

Ⅱ．想一想：将一个非零有理数*a*的圈*n*次方写成幂的形式等于　 ；

Ⅲ．算一算：④⑤⑥＝　 ．